

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

21 iulie 2026

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Model

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + (3m+1)x + m - 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x^2 - x + 1$, unde m este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real m pentru care $(f \circ g)(1) = 12$.
- 5p b) Determinați numărul întreg m pentru care dreapta de ecuație $y = -9x - 4$ intersectează graficul funcției $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = f(x) + g(x)$, în exact un punct.
- 5p c) Determinați mulțimea numerelor reale m pentru care $\left| \frac{f(x)}{g(x)} \right| < 1$, pentru orice număr real x .
2. Se consideră triunghiul ABC . Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AB , respectiv AC , iar G este punctul de intersecție a dreptelor BN și CM . Paralela la dreapta BC , construită prin punctul G , intersectează laturile AB și AC în punctele E , respectiv F . Paralelele duse prin punctul G la dreptele AB și AC intersectează dreapta BC în punctele P , respectiv Q .
- 5p a) Demonstrați că punctul G este mijlocul segmentului EF .
- 5p b) Demonstrați că $PQ = \frac{BC}{3}$.
- 5p c) Demonstrați că dreptele AG , EP și FQ sunt concurente.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră polinomul, $f = X^4 - 2aX^3 + (3a^2 + 2)X^2 + 2X + 4$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 și x_4 , unde a este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real a pentru care numărul complex $z = i$ este rădăcină a polinomului f .
- 5p b) Demonstrați că polinomul f nu are nicio rădăcină reală, oricare ar fi numărul real a .
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $\frac{1}{x_1+1} + \frac{1}{x_2+1} + \frac{1}{x_3+1} + \frac{1}{x_4+1} = 2$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2 + x + 2}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p b) Determinați $a \in (0, +\infty)$ pentru care aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = -a$ și $x = a$ este egală cu 8.
- 5p c) Se consideră numerele reale a și b , cu $a < b$. Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_a^b (f(x))^n dx$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a VII-a.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VII-a	
1.5. Identificarea elementelor cercului și/sau poligoanelor regulate în configurații geometrice date	<ul style="list-style-type: none"> - Recunoașterea elementelor unui cerc pe configurații geometrice date - Identificarea unor proprietăți ale arcelor, coardelor și a diametrului perpendicular pe o coardă - Identificarea poligoanelor regulate înscrise într-un cerc
2.5. Descrierea proprietăților cercului și ale poligoanelor regulate înscrise într-un cerc	<ul style="list-style-type: none"> - Calcularea măsurii unghiurilor unui poligon regulat - Reprezentarea prin desen a configurațiilor geometrice care conțin un cerc și elementele sale folosind instrumente geometrice - Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a reprezenta prin desen poligoane regulate înscrise în cerc
3.5. Utilizarea proprietăților cercului în rezolvarea de probleme	<ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea unor proprietăți ale arcelor, coardelor și/sau a diametrului perpendicular pe o coardă în rezolvarea unor probleme - Rezolvarea unor probleme practice de determinare a unor lungimi sau distanțe folosind raza cercului (de exemplu, calcularea numărului de rotații complete ale roții unui automobil folosind distanța parcursă) - Rezolvarea unor probleme folosind proprietățile tangentelor duse dintr-un punct exterior la un cerc
4.5. Exprimarea proprietăților cercului și ale poligoanelor în limbaj matematic	<ul style="list-style-type: none"> - Descrierea în limbaj matematic a unor relații (congruență, paralelism, perpendicularitate) între elemente ale unor configurații geometrice - Utilizarea instrumentelor geometrice pentru construirea unor configurații geometrice referitoare la cerc - Identificarea unor cazuri particulare și evidențierea unor proprietăți în configurații geometrice referitoare la cerc și poligoane regulate
5.5. Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice	<ul style="list-style-type: none"> - Stabilirea unor metode adecvate pentru construcția poligoanelor regulate - Analizarea poziției relative a unei drepte față de un cerc în funcție de numărul punctelor de intersecție dintre dreaptă și cerc - Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate în probleme de mișcare
6.5. Modelarea matematică a unor situații practice în care intervin poligoane regulate sau cercuri	<ul style="list-style-type: none"> - Analizarea unor situații practice care necesită folosirea proprietăților cercului sau ale poligoanelor - Optimizarea metodelor de rezolvare a unor probleme de geometrie utilizând proprietăți ale cercului sau ale poligoanelor - Observarea diferenței dintre condițiile necesare și cele suficiente în contexte geometrice referitoare la cerc

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Geometrie	<p>5. CERCUL</p> <ul style="list-style-type: none"> • Unghi înscris în cerc; coarde și arce în cerc, proprietăți: la arce congruente corespund coarde congruente și reciproc, diametrul perpendicular pe o coardă, arce cuprinse între coarde paralele, coarde egal depărtate de centru; tangente dintr-un punct exterior la un cerc • Poligoane regulate înscrise într-un cerc (construcție, măsuri de unghiuri) • Lungimea cercului și aria discului

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Folosind informațiile din secvența de mai sus, în vederea evaluării formării/dezvoltării competențelor specifice precizate, elaborați o probă de evaluare la finalul unității de învățare „**Cercul**”, care să cuprindă cinci itemi: *un item de completare, un item cu răspuns scurt, un item de tip alegere multiplă, un item de tip întrebare structurată și un item de tip rezolvare de probleme.*

Pentru fiecare item propus:

- menționați competența specifică evaluată;
- menționați activitatea de învățare în cadrul căreia ați utiliza acest item;
- precizați un avantaj al utilizării acestui tip de item;
- precizați un dezavantaj al utilizării acestui tip de item;
- respectați formatul tipului de item;
- respectați corectitudinea științifică, inclusiv a răspunsului așteptat.

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

21 iulie 2026

Probă scrisă

MATEMATICĂ

Model

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	a) $g(1) = 2$, $(f \circ g)(1) = f(2) = 4 + 2(3m + 1) + m - 1 = 7m + 5$ $7m + 5 = 12$, de unde obținem $m = 1$	3p
	b) $h(x) = 3x^2 + 3mx + m$, unde m este număr real; $3x^2 + 3mx + m = -9x - 4$, de unde obținem $3x^2 + (3m + 9)x + m + 4 = 0$	2p
	$\Delta = 0$ și, cum $\Delta = 9m^2 + 42m + 33$, obținem $m = -1$, care convine, sau $m = -\frac{11}{3}$, care nu convine	3p
	c) $2x^2 - x + 1 > 0$, pentru orice număr real x și, cum $-1 < \frac{x^2 + (3m + 1)x + m - 1}{2x^2 - x + 1} < 1$, obținem $\begin{cases} 3x^2 + 3mx + m > 0 \\ -x^2 + (3m + 2)x + m - 2 < 0 \end{cases}$, pentru orice număr real x $\begin{cases} 9m^2 - 12m < 0 \\ 9m^2 + 16m - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in \left(0, \frac{4}{3}\right) \\ m \in \left(-2, \frac{2}{9}\right) \end{cases}$, deci $m \in \left(0, \frac{2}{9}\right)$	2p
2.	a) CM și BN sunt mediane în triunghiul ABC , $CM \cap BN = \{G\}$, deci punctul G este centrul de greutate al triunghiului ABC $EG \parallel BC \Rightarrow \triangle MGE \sim \triangle MCB \Rightarrow \frac{EG}{BC} = \frac{MG}{MC} = \frac{1}{3}$; $GF \parallel BC \Rightarrow \triangle NGF \sim \triangle NBC \Rightarrow \frac{GF}{BC} = \frac{NG}{NB} = \frac{1}{3}$, de unde obținem $EG = GF$, deci punctul G este mijlocul segmentului EF	2p
	b) $EBPG$ și $GQCF$ sunt paralelograme, deci $EG = BP = CQ = \frac{BC}{3}$ $PQ = BC - BP - CQ = BC - \frac{BC}{3} - \frac{BC}{3} = \frac{BC}{3}$	3p
	c) $BQ = PC = \frac{2}{3} \cdot BC$ și, cum $EF \parallel BC$, obținem că $EBQF$ și $EPCF$ sunt paralelograme, deci $FQ \parallel AB$, $EP \parallel AC$ și rezultă că $AEDF$ este paralelogram, unde D este punctul de intersecție a dreptelor EP și FQ	3p
	Punctul G este mijlocul diagonalei EF , deci punctele A , G și D sunt coliniare, de unde obținem că dreptele AG , EP și FQ sunt concurente în punctul D	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a) $z = i$ este rădăcină a polinomului f , deci $f(i) = 0$	2p
	$i^4 - 2ai^3 + (3a^2 + 2)i^2 + 2i + 4 = 0 \Leftrightarrow -3a^2 + 3 + i(2a + 2) = 0$, de unde obținem $a = -1$	3p
	b) Pentru orice număr real a , $f = X^2(X^2 - 2aX + a^2) + 2a^2X^2 + 2X^2 + 2X + 4 =$ $= X^2(X - a)^2 + 2a^2X^2 + X^2 + (X + 1)^2 + 3$	3p
	Pentru orice număr real x , $f(x) > 0$, oricare ar fi numărul real a , deci polinomul f nu are nicio rădăcină reală, oricare ar fi numărul real a	2p
2.	c) Derivata lui $f = (X - x_1)(X - x_2)(X - x_3)(X - x_4)$ este $f' = (X - x_2)(X - x_3)(X - x_4) +$ $+(X - x_1)(X - x_3)(X - x_4) + (X - x_1)(X - x_2)(X - x_4) + (X - x_1)(X - x_2)(X - x_3)$	2p
	$\frac{1}{x_1 + 1} + \frac{1}{x_2 + 1} + \frac{1}{x_3 + 1} + \frac{1}{x_4 + 1} = -\frac{f'(-1)}{f(-1)} = \frac{6a^2 + 6a + 6}{3a^2 + 2a + 5}$, pentru orice număr real a , deci	3p
	$\frac{6a^2 + 6a + 6}{3a^2 + 2a + 5} = 2$, de unde obținem $a = 2$	
2.	a) $f'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ sau $x = 1$	2p
	Pentru orice $x \in (-\infty, -1]$, $f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty, -1]$; pentru orice $x \in [-1, 1]$, $f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[-1, 1]$; pentru orice $x \in [1, +\infty)$, $f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[1, +\infty)$	3p
	b) $f(x) \geq 0$, pentru orice număr real x , deci $\mathcal{A} = \int_{-a}^a f(x) dx = \int_{-a}^a f(x) dx =$ $= \int_{-a}^a \frac{2(x^2 + 1) + x}{x^2 + 1} dx = 2x \Big _{-a}^a + \frac{1}{2} \cdot \ln x^2 + 1 \Big _{-a}^a = 4a$, de unde obținem $4a = 8$, deci $a = 2$	2p 3p
c) $f(x) \geq \frac{3}{2}$, pentru orice număr real x , deci $\int_a^b (f(x))^n dx \geq \int_a^b \left(\frac{3}{2}\right)^n dx = \left(\frac{3}{2}\right)^n (b - a)$, pentru orice număr natural n	3p	
	Cum $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n (b - a) = +\infty$, pentru orice numere reale a și b , cu $a < b$, obținem $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_a^b (f(x))^n dx = +\infty$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

<i>Itemul de completare elaborat:</i>	
- menționarea competenței specifice evaluate	1p
- menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat	1p
- precizarea unui avantaj al utilizării acestui tip de item	1p
- precizarea unui dezavantaj al utilizării acestui tip de item	1p
- respectarea formatului itemului	1p
- respectarea corectitudinii științifice, inclusiv a răspunsului așteptat	1p

<p><i>Itemul cu răspuns scurt elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - menționarea competenței specifice evaluate - menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat - precizarea unui avantaj al utilizării acestui tip de item - precizarea unui dezavantaj al utilizării acestui tip de item - respectarea formatului itemului - respectarea corectitudinii științifice, inclusiv a răspunsului așteptat 	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
<p><i>Itemul de tip alegere multiplă elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - menționarea competenței specifice evaluate - menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat - precizarea unui avantaj al utilizării acestui tip de item - precizarea unui dezavantaj al utilizării acestui tip de item - respectarea formatului itemului - respectarea corectitudinii științifice, inclusiv a răspunsului așteptat 	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
<p><i>Itemul de tip întrebare structurată elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - menționarea competenței/competențelor specifice evaluate - menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat - precizarea unui avantaj al utilizării acestui tip de item - precizarea unui dezavantaj al utilizării acestui tip de item - respectarea formatului itemului - respectarea corectitudinii științifice, inclusiv a răspunsului așteptat 	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
<p><i>Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - menționarea competenței specifice evaluate - menționarea activității de învățare în cadrul căreia itemul poate fi utilizat - precizarea unui avantaj al utilizării acestui tip de item - precizarea unui dezavantaj al utilizării acestui tip de item - respectarea formatului itemului - respectarea corectitudinii științifice, inclusiv a răspunsului așteptat 	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>