

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

21 iulie 2026

Probă scrisă

MATEMATICĂ

Varianta 1

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

THEMA I

(30 Puncte)

1. Gegeben ist der Ausdruck $E(x, y) = x^{\log_y 2} \cdot y^{\log_x 2}$, wobei $x, y \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$.
- 5p a) Zeige, dass $E\left(2, \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$.
- 5p b) Beweise, dass $E(x^n, y^n) = E(x, y)$, für alle $x, y \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$ und für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl n .
- 5p c) Beweise, dass $E(x, y) \geq 4$, für alle $x, y \in (1, +\infty)$.
2. Gegeben ist das spitzwinklige Dreieck ABC , mit $\sphericalangle BAC > 45^\circ$ und $AC > BC$ und der Punkt D ist die Projektion des Punktes B auf die Gerade AC . Die Mittelsenkrechte der Strecke AB schneidet die Geraden BD , AC und die Parallele durch den Punkt C zur Geraden AB in den Punkten M , N , beziehungsweise P und E ist der Schnittpunkt der Geraden AM und BN .
- 5p a) Beweise, dass die Geraden AE und BN senkrecht sind.
- 5p b) Beweise, dass die Geraden DE und AB parallel sind.
- 5p c) Beweise, dass $\frac{CQ}{DE} - \frac{QS}{AB} = 1$, wobei Q und S die Schnittpunkte der Geraden CP mit den Geraden AM , beziehungsweise BN sind.

THEMA II

(30 Puncte)

1. Gegeben ist das Polynom $f = X^4 + X^3 + (m+1)X^2 - X + m$, wobei m eine komplexe Zahl ist.
- 5p a) Für $m = 0$ zeige, dass das Polynom f eine einzige Wurzel ganze Zahl hat.
- 5p b) Gegeben ist das Polynom $g = X^{26} \cdot f$. Beweise, dass der Rest der Teilung des Polynoms g durch das Polynom $X^2 + 1$, $2X$ ist, für jede komplexe Zahl m .
- 5p c) Bestimme die Zahl m so, dass die Wurzeln des Polynoms f gleiche Module haben.
2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1+x^2)e^{\arctg x}$.
- 5p a) Zeige, dass die Tangente an das Schaubild der Funktion f in dem Punkt $A(0, f(0))$, den Anstieg gleich 1 hat.
- 5p b) Beweise, dass $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)^{g(x)} = e$, wobei $g: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{x}$.
- 5p c) Gegeben ist die Zahl $I_n = \int_{-1}^0 (2x+1)^n f'(x) dx$ für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl n .
Beweise, dass $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = 0$.

THEMA III

(30 Puncte)

Die folgende Sequenz ist Teil des Mathematik-Lehrplans für die VI-te Klasse.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VI-a	
1.3. Identificarea caracteristicilor numerelor întregi în contexte variate	- Identificarea unui număr întreg în situații practice sau interdisciplinare (de exemplu: temperaturi, altitudini, golaveraje, debit/credit) - Reprezentarea pe axa numerelor a opusului unui număr întreg; modulul ca distanță pe axa numerelor de la origine la reprezentarea numărului - Identificarea unor contexte practic-aplicative sau teoretice care folosesc ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi
2.3. Utilizarea operațiilor cu numere întregi pentru rezolvarea ecuațiilor și inecuațiilor	- Compararea numerelor întregi, pornind de la reprezentările acestora pe axa numerelor - Ordonarea elementelor unei mulțimi finite de numere întregi - Utilizarea regulilor specifice pentru efectuarea operațiilor cu numere întregi: adunare, scădere, înmulțire, împărțire și ridicare la putere cu exponent natural - Validarea (prin probă) a soluției unei ecuații sau a unei inecuații în mulțimea numerelor întregi
3.3. Aplicarea regulilor de calcul și folosirea parantezelor în efectuarea operațiilor cu numere întregi	- Aplicarea unor proprietăți ale operațiilor cu numere întregi pentru optimizarea calculelor numerice - Utilizarea regulilor de calcul cu puteri (calcule numerice) - Utilizarea eficientă a metodelor de determinare a unei necunoscute dintr-o ecuație sau inecuație (metoda mersului invers, metoda balanței, transformări ale relațiilor de egalitate/inegalitate)
4.3. Redactarea etapelor de rezolvare a ecuațiilor și a inecuațiilor studiate în mulțimea numerelor întregi	- Formularea unor răspunsuri logice în raport cu cerințe de calcul numeric (corelații intradisciplinare; de exemplu: apartenența rezultatului unui calcul la o mulțime, estimarea rezultatului, utilizarea lui 0 ca factor în produse de numere) - Scrierea unei ecuații/inecuații echivalente cu o ecuație/inecuație dată - Redactarea demersului de rezolvare a unor ecuații sau inecuații în mulțimea numerelor întregi (inclusiv verificarea soluțiilor) - Transpunerea unei probleme într-o ecuație care se rezolvă în mulțimea numerelor întregi - Exprimarea unor caracteristici ale modulului, derivate din definiția acestuia ($x = a$, $x < a$, $x \leq a$, unde a și x sunt numere întregi)
5.3. Interpretarea unor date din probleme care se rezolvă utilizând numerele întregi	- Analizarea unor situații practice în care se utilizează numere întregi - Analizarea unor consecințe posibile ce decurg din modificarea unui set de ipoteze în probleme referitoare la numere întregi - Încadrarea soluției unei ecuații într-o mulțime de numere întregi, fără a efectua calcule
6.3. Transpunerea, în limbaj algebric, a unei situații date, rezolvarea ecuației sau inecuației obținute și interpretarea rezultatului	- Transpunerea unei situații date în limbaj matematic, utilizând ecuații sau inecuații - Formularea de probleme cu numere întregi pe baza unei scheme date sau a unui exercițiu dat - Formularea unor probleme echivalente cu o problemă dată în contextul numerelor întregi

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Mulțimi. Numere	3. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI • Mulțimea numerelor întregi; opusul unui număr întreg; reprezentarea pe axa numerelor;

	modulul unui număr întreg; compararea și ordonarea numerelor întregi • Adunarea numerelor întregi, proprietăți; scăderea numerelor întregi • Înmulțirea numerelor întregi, proprietăți • Împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului • Puterea cu exponent număr natural a unui număr întreg nenul; reguli de calcul cu puteri • Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor • Ecuații, inecuații, probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor/inecuațiilor în contextul numerelor întregi
--	---

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Anhand der Informationen aus der obigen Sequenz, für die Bewertung der spezifischen ausgebildeten/entwickelten Kompetenzen innerhalb einer Lerneinheit „**Gleichungen, Ungleichungen, Aufgaben die man mithilfe von Gleichungen/Ungleichungen in dem Kontext der ganzen Zahlen lösen kann**“, erstelle fünf Aufgaben: *eine Lückentextaufgabe, eine Kurzantwortaufgabe, eine Multiple-Choice-Aufgabe, eine strukturierte Frage und eine Problemlösungsaufgabe.*

Für jede vorgeschlagene Aufgabe:

- nenne die zu bewertende spezifische Kompetenz;
- nenne die Lernaktivität, in der du diese Aufgabe verwenden würdest;
- beachte das Format des Aufgabentyps;
- erstelle die erwartete Antwort (Bewertungsskala);
- halte die wissenschaftliche Korrektheit der Fachinformation ein.